

## Asal Sayı Nedir? (Kimin Umurunda?)

**Mehmet Çakar, Bahar Muratoğlu, Can Okay ve Ayşegül Yaman**

mcakar@baskent.edu.tr

ELYAD—DAL Araştırma Laboratuvarları

Sayılar sadece matematikte değil, günlük hayatta da sürekli karşımıza çıkmaktadır. Saate baktığımızda, maaşımızı aldığımızda, alışveriş yaparken, hatta dinlediğimiz müziğin notalarında bile sayılarla karşılaşırız. Tam sayıları, ondalık sayıları sık sık kullanıyor olsak da; asal sayılar, birçoğumuzun aklında matematik derslerindeki 'bölünemeyenler' olarak kalmıştır. Fakat, Antik Yunanlılar'dan itibaren bu konu üzerine yoğunlaşan amatör ve profesyonel bilimcilerin sayısı da oldukça fazladır (ama bu sayı asal mıdır bilemeyiz). Bu sayılar üzerine anlamlar yükleyen ve onların açıklanamamış bir giz taşıdığını düşünenler de olmuştur. Öyle ki; aralarından işi asal sayılar üzerine film çekmeye kadar götürülenler bile çıkmıştır. Peki nedir bu asal sayılar?

Kendisinden ve 1'den başka pozitif bölüneni olmayan, 1'den büyük tam sayılara "asal sayılar" denir (2, 3, 5, 7, 11...) Tanımdan da anlaşılacağı gibi; '0' ve '1' asal sayılar olarak kabul edilmemektedir. Çünkü, '0' sayısı hem kendisine bölünemez hem de bölen sayısı ikiden fazladır. '1' sayısı ise, '1' den başka bölüneni olmadığı için asal sayı olarak kabul edilemez. Asal sayıların en önemli özelliği, doğal sayıların yapı taşları olmalarıdır. Her iki basamaklı çift sayı, iki asal sayının toplamı ve her iki basamaklı tek sayı ise üç asal sayının toplamıdır. Örneğin; '12' sayısı iki basamaklı bir çift sayıdır ve  $5 + 7 = 12$ 'dir. '65' sayısı ise iki basamaklı bir tek sayıdır ve  $31 + 29 + 5$  toplamına eşittir. Ayrıca her doğal sayının en küçük pozitif çarpanları daima asaldır ( $50 = 2 \times 5 \times 5$ ). Bu kuram, 'matematiğin temel teoremi' olarak ilk kez Carl Friedrich Gauss (Disquisitiones Arithmeticae - 1801) tarafından ortaya atılmıştır. Yani görüyoruz ki, asal sayılar doğal sayıların atomlarıdır. İlginç bir özellikleri ise, sayılar içerisinde düzensiz bir şekilde dağılmalarıdır.

Asal sayılarla ilk olarak Eratosthenes (M.Ö. 300) uğraşmıştır. Öklid (M.Ö. 300) ise, asal sayıların sonsuz olduğunu ispatlamış ve şu yöntemi kullanmıştır: Asal sayıların sonlu olduğunu ve P sayısının en büyük asal sayı olduğunu varsayalım...

$$Q = (2 \times 3 \times 5 \times \dots \times P) + 1$$

ile tanımlanan Q sayısını ele alalım. Q sayısının 2, 3, 5, ..., P sayılarının hiçbirisi ile bölünmediği açıktır; çünkü bu sayıların herhangi biri ile bölündüğünde '1' kalanını bırakır. Ama kendisi asal değilse, bir asal ile bölünebilmelidir; bu nedenle de bütün asallardan daha büyük bir asal sayı vardır. Bu, Q'nun kendisi de olabilir. Bu sonuç, P'den daha büyük bir asal sayı olmadığı yolundaki hipotezimizle çelişir. O halde bu hipotez doğru değildir."

Asal sayılar üzerine yapılan çalışmalar, günümüzde de devam etmektedir ve şimdiye kadar bulunan en büyük asal sayı ( $2^{13,466,917} - 1$ )'dir (Cameron, Woltman, Kurowski, GIMPS). Asal sayılar sadece matematikte değil, farklı alanlarda da kullanılmaktadır. Elektronik hesaplama yöntemi kullanılmaya başlandığından beri, asal sayı bulma programları da donanım testleri için iyi bir yöntem haline gelmiştir. Kendileri ve 1'den başka çarpanları olmadığından, asalları ifade etmenin tek bir biçimi vardır ve bu sayede donanım daha güvenilir bir şekilde kontrol edilmiş olur. Asal sayılar, sesle haberleşmede de aynı sebeple kullanılmaktadır. Yani asal olmayan bir sayı (örneğin; 15), farklı bir şekilde de yazılabilir : ( $15 = 3 \times 5$ ); ama asal olan bir sayı başka bir şekilde gösterilemez. Asal sayılar aynı zamanda bankaların, askeri sistemlerin ve hatta internet sayfalarının gizli şifrelerinin düzenlenmesinde kullanılır. Bunun nedeni ise; iki büyük asal sayının çarpımını, çarpanlarına ayırmanın çok güç olmasıdır.

Özet olarak; asal sayılar yüzyıllardır bazı kişilerin umurunda... Gizli anlamları olmasa da, asal olmayan sayılardan oldukça farklı yönlerinin olduğu açıktır. Bu yönleriyle de insanlarda merak uyandırdıklarını ve kullanım alanlarının sürekli genişlediğini söyleyebiliriz.

Kaynakça için <http://www.elyadal.org/pivolka/02/asal.htm> adresine bakabilirsiniz.